

*В. П. КОМПАНЕЙЦЕВ*<sup>1</sup>

## ТЕОРИЯ ИЗОГИРЫ. II. ПРЯМАЯ КОНОСКОПИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА

Выведены расчетные формулы и описан алгоритм определения интенсивности белого света в произвольной точке коноскопического поля в зависимости от координат оптических осей кристалла. Осуществлено компьютерное воспроизведение изогиры для любых сечений одно- и двуосных кристаллов при различных углах поворота столика микроскопа.

Calculated formulas are deduced and algorithm of the white light intensity determination for any assumed point of the conoscopic field in relation to crystal optic axis coordinates is described. The computer isogyre reproduction for any section of mono- and biaxial crystals at various angles of the microscope stage rotation is realized.

В геофизике под прямой задачей понимается реконструкция физического поля над аномальным геологическим объектом с известными геометрическими и физическими характеристиками. Аналогичная коноскопическая задача заключается в графическом воспроизведении изогиры, получаемой от кристалла с заданными углом оптических осей и ориентировкой оптической индикатрисы.

В предыдущей статье [1] выведена следующая формула интенсивности белого света  $B$ , наблюдаемого в произвольной точке коноскопического поля:

$$B = I_0 \cos^2(v' + v'') \sin^2(v' - v'') \quad (1)$$

где  $I_0$  — начальная интенсивность света, поступающего из поляризатора в кристаллическую пластинку, принимаемая равной 1;  $v'$  и  $v''$  — углы, образуемые проекциями направлений световых колебаний  $n'$  и  $n''$  в кристаллической пластинке с направлением световых колебаний в анализаторе.

Из формулы (1) видно, что для расчета  $B$  необходимо определить направления световых колебаний в кристалле  $n'$  и  $n''$ . В кристаллооптике для этой цели используют сферическую поверхность световых колебаний, физической моделью которой является шар с нанесенными на нем выходами оптических осей и линиями, указывающими направле-

<sup>1</sup> Казахстан. 480091. Алматы, ул. Богенбай батыра, 114, Казахский научно-исследовательский институт минерального сырья, НПО «Казнедра».

ния колебания света (шар Бера) [2]. В коноскопии для построения изогиры обычно используют ортографическую проекцию шара Бера на плоскость, на которой получают неискаженную коноскопическую картину, адекватную реально наблюдаемой в микроскопе.

В картографии [3] известны три типа ортографической проекции шара на плоскость: нормальная (полярная), поперечная (экваториальная) и косая, выделяемые по положению полюса сферических координат — в центре, на краю и в любых других точках проекции (рис. 1).

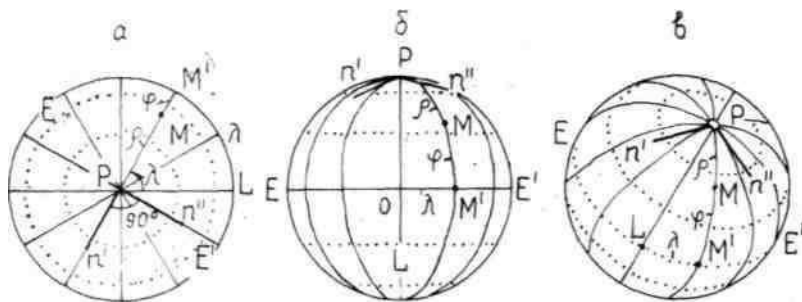


Рис. 1. Типы ортографической проекции шара на плоскость: *a* — полярная, *б* — экваториальная, *в* — косая. *P* — полюс градусной сетки, *EE'* — экватор, *O* — центр проекции, *M* — точка со сферическими координатами: полярным расстоянием  $\rho$ , долготой  $\lambda$  и широтой  $\varphi$ ; *M'* — точка пересечения меридиана точки *M* с экватором, *n'* и *n''* — проекции направлений световых колебаний. *PE* — нулевой меридиан. Точечными линиями показаны широты

В первом случае меридианы имеют вид прямых линий, в двух других — эллипсов, пересекающихся в точке полюса *P*. Положение произвольной точки *M* на проекции определяется двумя сферическими координатами: долготой  $\lambda$  и полярным расстоянием  $\rho$  (или заменяющей его широтой  $\varphi$ , причем  $\rho + \varphi = 90^\circ$ ).

Световые колебания в кристалле, согласно теореме Френеля, совершаются в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, линия пересечения которых соответствует направлению распространения света. В случае прохождения луча света через полюс на полярной проекции направления световых колебаний *n'* и *n''* совпадают с меридианами, и, следовательно, сохраняют прямой угол между собой (см. рис. 1, *a*). В двух других случаях угол между проекциями направлений световых колебаний *n'* и *n''*, являющимися касательными к эллипсам (проекциям меридианов) в точке полюса *P*, в общем случае не равен  $90^\circ$ , т. е. эти направления передаются с искажениями (см. рис. 1, *б*, *в*).

Задачу определения ориентировки направлений световых колебаний в кристалле решаем в два этапа: 1) на сферической поверхности световых колебаний (в сферических координатах) и 2) на ортографической проекции сферы на плоскость.

*Определение направлений световых колебаний в кристаллической пластинке в сферических координатах.* Пусть в исходной позиции мы имеем полярную ортографическую проекцию шара, на которую нанесены полюс сферических координат *P*, оптические оси  $A_1(\rho_1, \lambda_1)$  и  $A_2(\rho_2, \lambda_2)$  и произвольная точка  $M(\rho_M, \lambda_M)$ , в которой необходимо определить направления световых колебаний (рис. 2). В скобках указаны сферические координаты: полярное расстояние  $\rho$  и долгота  $\lambda$ , которая отменя-

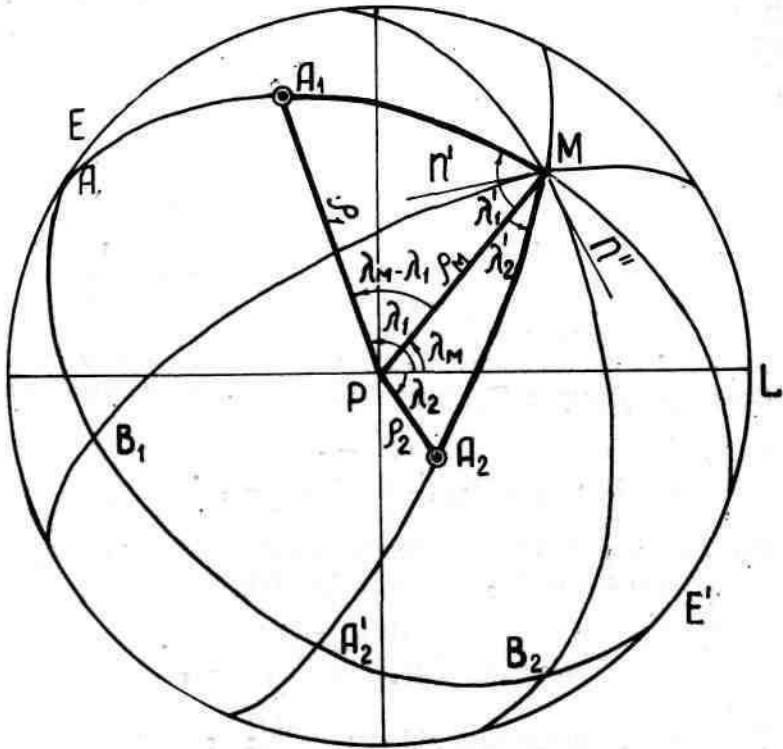


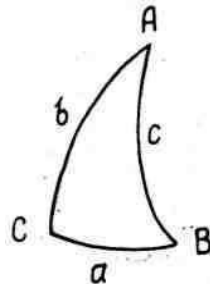
Рис. 2. Определение направлений световых колебаний в двуосном кристалле в сферических координатах

ется от нулевого меридиана  $PL$  со знаком плюс против хода часовой стрелки и минус — в противоположном направлении.

Перенесем полюс сферических координат из центра проекции  $P$  в точку  $M$  и таким образом перейдем от полярной к косой ортографической проекции. Определим новые сферические координаты оптических осей. Для этого используем одну из формул сферической тригонометрии [4]:

$$\operatorname{tg} A = \frac{\sin B}{\sin c \operatorname{ctg} a - \cos c \cos B} \quad (2)$$

Рис. 3. Элементы сферического треугольника:  $a, b$  и  $c$  — стороны,  $A, B$  и  $C$  — углы между сторонами



Здесь  $a$  и  $c$  — стороны сферического треугольника  $ABC$  (рис. 3), являющиеся дугами большого круга и получаемые на сфере при ее пересечении плоскостями, проходящими через центр сферы;  $A$ ,  $B$  и  $C$  — углы между сторонами сферического треугольника. Заметим, что стороны сферического треугольника выражены не в линейных, а угловых единицах (градусах или радианах).

Принимаем дугу  $PM$  за новый нулевой меридиан (см. рис. 2). Из точки  $M$  через оптические оси  $A_1$  и  $A_2$  проводим меридианы  $MA_1$  и  $MA_2$  до их пересечения с новым экватором  $EE'$  в точках  $A_1'$  и  $A_2'$ . В сферическом треугольнике  $PA_1M$  угол  $\lambda_1'$  является новой долготой оптической оси  $A_1$ . В этом треугольнике известны стороны  $A_1P = \rho_1$ ,  $MP = \rho_m$  и угол между ними, равный разности долгот  $\lambda_m - \lambda_1$  точек  $M$  и  $A_1$ . Все величины даны в системе исходных полярных сферических координат.

Согласно формуле (2), новая долгота  $\lambda_1'$  оптической оси  $A_1$  равна

$$\operatorname{tg} \lambda_1' = \frac{\sin(\lambda_m - \lambda_1)}{\sin \rho_m \operatorname{ctg} \rho_1 - \cos \rho_m \cos(\lambda_m - \lambda_1)} \quad (3)$$

По аналогичной формуле решаем сферический треугольник  $PA_2M$  и находим новую долготу  $\lambda_2'$  оптической оси  $A_2$ :

$$\operatorname{tg} \lambda_2' = \frac{\sin(\lambda_m - \lambda_2)}{\sin \rho_m \operatorname{ctg} \rho_2 - \cos \rho_m \cos(\lambda_m - \lambda_2)} \quad (4)$$

В плоскости меридианов  $MA_1A_1'$  и  $MA_2A_2'$  лежат оптические оси  $A_1$  и  $A_2$  и заданное направление луча света  $M$ . Следовательно, плоскости этих меридианов являются главными сечениями оптической индикатрисы.

Согласно теореме Френеля, в двуосных кристаллах световые колебания совершаются по биссектрисам углов между главными сечениями [5]. Для нахождения первой биссектрисы дугу  $A_1'A_2'$  на экваторе делим пополам (точка  $B_1$ ) и проводим меридиан  $MB_1$ . Долгота этого меридиана

$$\lambda' = (\lambda_1' + \lambda_2')/2 \quad (5)$$

определил первое направление световых колебаний в кристалле.

Второе направление световых колебаний перпендикулярно первому. Для его построения на экваторе  $EE'$  от точки  $B_1$  нужно отложить дугу  $B_1B_2 = 90^\circ$  и провести меридиан  $MB_2$ , долгота которого

$$\lambda'' = \lambda' \pm 90^\circ \quad (6)$$

*Определение направлений световых колебаний в кристалле на ортографической проекции.* В коноскопии мы имеем дело не со сферической поверхностью световых колебаний, как таковой, а с ее ортографической проекцией на плоскость [6]. На этой проекции плоскости световых колебаний, дающие при пересечении со сферой большие круги, выглядят как эллипсы, а направления световых колебаний  $n'$  и  $n''$  — как касательные к эллипсам в заданной точке  $M$  (рис. 4, а). Заметим, что на сфере биссектрисы  $MB_1$  и  $MB_2$  всегда взаимно перпендикулярны, в то время как

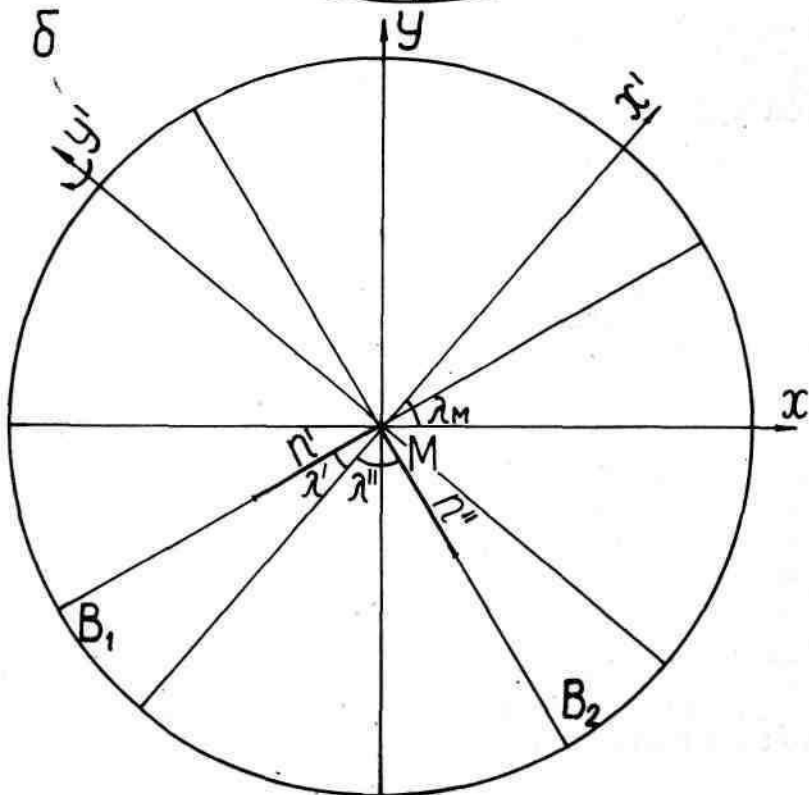
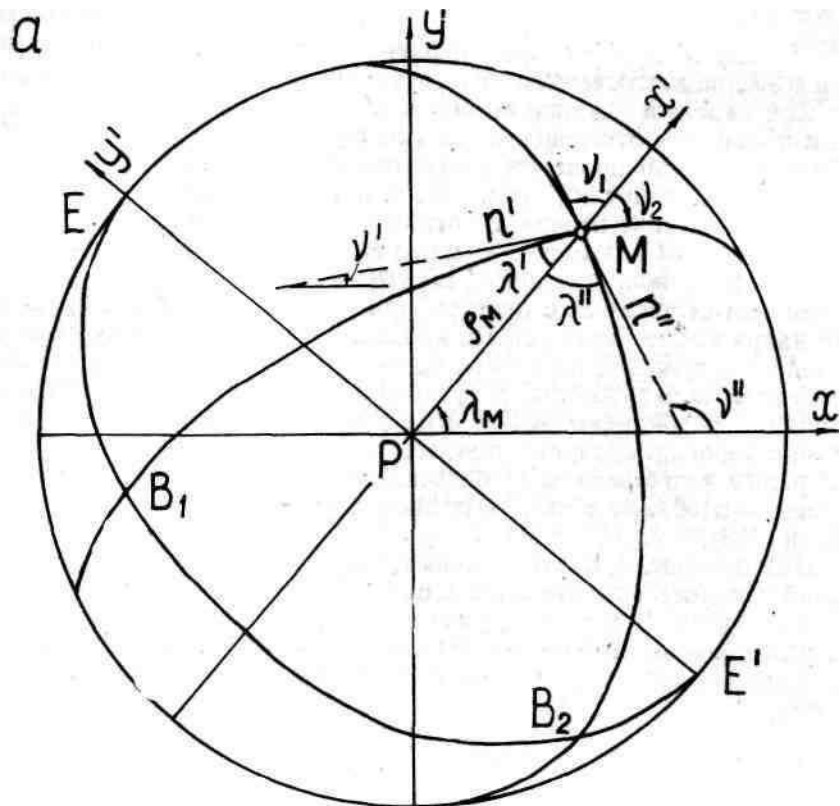


Рис. 4. Определение направлений световых колебаний в двуосном кристалле на ортографической проекции: *a* — исходная позиция, *b* — после поворота кристалла вокруг оси  $Y$  на угол  $\rho_M$